

ΝΙΚΟΛΑΟΥ Ι. ΙΩΑΚΕΙΜΙΔΗ  
ΣΠΟΥΔΑΣΤΟΥ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΟΥ-ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΥ  
ΕΘΝΙΚΟΥ ΜΕΤΣΟΒΙΟΥ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΦΗΝΩΝ ΚΑΙ ΡΩΓΜΩΝ  
ΕΙΣ ΤΗΝ ΘΕΩΡΙΑΝ ΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ  
ΕΙΣ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

ΑΘΗΝΑΙ  
1973



## Πρόλογος

Ἡ παροῦσα ἔργασια ἐξεπονήθη κατὰ τὴν β' σπουδαστικὴν περίοδον τοῦ ἀκαδημαϊκοῦ ἔτους 1972-73 εἰς τὸ Ἐθνικὸν Μετσόβιον Πολυτεχνεῖον ὡς διπλωματικὴ ἔργασια εἰς τὸ μάθημα τῆς Μηχανικῆς ἐπὶ θέματος δοθέντος ὑπὸ τοῦ Καθηγητοῦ τῆς Ἐδρας Μηχανικῆς Α' Ἀκαδημαϊκοῦ κ. Π. Θεοχάρη, εἰς τὸν ὁποῖον θεωρῶ καθῆκόν μου νὰ ἐκφράσω τὰς θερμὰς μου εὐχαριστίας διὰ τὴν παρασχεθεῖσαν ἀμέριστον βοήθειαν καὶ συνδρομήν, ἄνευ τῶν ὁποίων θὰ ἦτο ἀδύνατος ἡ ἐκπόνησις τῆς ἔργασίας ταύτης.

Τὸ θέμα τῆς διπλωματικῆς αὐτῆς ἔργασίας εἶναι εἰλημμένον ἐκ τῆς θεωρίας τῆς Ἐλαστικότητος, ἀφορᾷ δέ εἰς τὴν εὐρεσιν τῆς ἐπιπέδου ἐντατικῆς καταστάσεως εἰς δοκίμια μετὰ ρωγμῶν ἐντὸς αὐτῶν ἢ εἰς δοκίμια μορφῆς σφηνός παρὰ τὴν κορυφήν τοῦ σφηνός, δηλαδή εἰς περιπτώσεις, ὅπου κατ' ἔξοχὴν ἐμφανίζονται ἰδιάζοντα φαινόμενα συγκεντρώσεως τάσεων καὶ παραμορφώσεων. Ἡ παροῦσα μελέτη δύναται νὰ ἐνσωματωθῇ εἰς τὴν κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη διεξαγομένην ἔντονον ἐρευνητικὴν ἔργασίαν εἰς τὸ Ἐργαστήριον Ἀντοχῆς Ὑλικῶν τοῦ Ἐθνικοῦ Μετσόβιου Πολυτεχνείου ὑπὸ τὴν διεύθυνσιν τοῦ Ἀκαδημαϊκοῦ κ. Π. Θεοχάρη καὶ μὲ τὴν συνεργασίαν τοῦ Καθηγητοῦ κ. Σ. Παϊπέτη ὡς καὶ ἐκλεκτοῦ ἐπιστημονικοῦ καὶ τεχνικοῦ προσωπικοῦ, ἡ ὁποία ἐρευνητικὴ ἔργασια δύναται νὰ θεωρηθῇ ἀληθῶς τιμῶσα τὴν Ἑλληνικὴν Ἐπιστήμην.

Κατὰ τὴν γραφὴν τῆς παρούσης μελέτης κατέστη ἀναγκαία ἡ προσφυγὴ εἰς τὴν Ἑλληνικὴν καὶ κυρίως τὴν ξένην βιβλιογραφίαν λόγῳ τοῦ ἐξειδικευμένου τοῦ θέματός της.

Δυστυχῶς, λόγῳ τοῦ περιορισμένου χρόνου, ὅστις διετετέθη, ἀφ' ἑνός καὶ τῆς μὴ ἐπαρκειᾶς τῆς διατιθεμένης βιβλιογραφίας

ἀφ' ἑτέρου, πιθανόν εἰς ὠρισμένα σημεῖα τῆς παρούσης ἐργασίας νά ἐξάγωνται ἀποτελέσματα ἤδη εὐρεθέντα ὑπό ἄλλων ἐρευνητῶν χωρίς νά γίνεται μνεῖα τούτου, καίτοι κατεβλήθη κάθε δυνατή προσπάθεια, ὥστε νά ἀναφέρονται εἰς ἐκάστην παράγραφον ὅσον δυνατόν πληρέστερον αἱ σχετικαί ἐργασίαι. Ὁ πίναξ τῶν ἀνευρεθεισῶν παραπομπῶν δίδεται εἰς τό τέλος τῆς παρούσης ἐργασίας, ἔπου, πρὸς πληρεστέραν κατατόπισιν τοῦ ἀναγνώστου, δίδεται καί πίναξ ὠρισμένων ἐκ τῶν σχετικῶν μέ τόν ἐξεταζόμενον ἐνταῦθα τομέα τῆς θεωρίας τῆς Ἐλαστικότητος περιδικῶν εὐρισκομένων εἰς τὰς βιβλιοθήκας τῆς περιοχῆς Ἀθηνῶν. Θεωροῦμεν σκόπιμον νά τονίσωμεν ὅτι εἰς πᾶσαν ἐρευνητικὴν ἐργασίαν ἡ ἀνεύρεσις τῆς σχετικῆς βιβλιογραφίας ἀποτελεῖ τόν συντελεστήν μέ τήν μεγαλυτέραν βαρύτητα διὰ τήν ἐπιτυχίαν της. Ἐλπίζομεν δέ ὅτι τό Ε.Μ.Π.θά βοηθήσῃ ἔτι περαιτέρω πρὸς τόν σκοπόν αὐτόν ὄχι μόνον διὰ τῆς διαθέσεως ὑψηλῶν κατ' ἔτος κονδυλίων πρὸς ἀγοράν βιβλίων, ὡς ἤδη πράττει, ἀλλά καί διὰ τῆς παραχωρήσεως περισσοτέρων αἰθουσῶν πρὸς στέγασιν τῆς Βιβλιοθήκης, διὰ τῆς συστηματικῆς ταξινομήσεως τῶν διατιθεμένων βιβλίων καί περιοδικῶν μέ ἔκδοσιν σχετικοῦ καταλόγου ὡς καί διὰ τῆς χρησιμοποίησεως τοῦ συστήματος τῶν καρτελλῶν ἀκριβῆ ἀνά πᾶσαν στιγμὴν γινῶσιν περὶ τοῦ ἐάν διατίθεται ἀμέσως ἢ ἔχει δανεισθῆ καί πρόκειται νά ἐπιστραφῆ μετά τινα χρόνον ἕκαστον τούτων, πράγματα, τὰ ὁποῖα ἤδη συμβαίνουν μέ ὅλας τὰς ἐπιστημονικὰς βιβλιοθήκας τῶν Ἀθηνῶν, αἵτινες οὕτω καθίστανται πολὺ πλέον εὐπρόσιτοι διὰ πάντα ἐπιθυμοῦντα νά ἐρευνήσῃ τήν βιβλιογραφίαν εἰς ἓνα ὠρισμένον ἐπιστημονικόν τομέα.

Ἐν συνεχείᾳ, ὅσον ἀφορᾷ εἰς τό θέμα τοῦ ὕφους εἰς τήν ἐργασίαν ταύτην, κατεβλήθη προσπάθεια, ὥστε ἡ διατύπωσις νά

είναι ὅσον τὸ δυνατόν πλέον κατανοητῆ, καίτοι προϋποτίθεται ὅτι ὁ ἀναγνώστης εἶναι κάτοχος τῶν βασικῶν στοιχείων τῆς θεωρίας τῆς Ἐλαστικότητος δι' ἰσότροπα καὶ ἀνισότροπα μέσα καὶ ἰδίως τῆς μεθόδου τῶν μιγαδικῶν μεταβλητῶν διὰ τὴν ἐπίλυσιν τῶν προβλημάτων τῆς δι' ἀναγωγῆς αὐτῶν εἰς προβλήματα ὀριακῶν συνθηκῶν, καθ' ὅσον λόγῳ τῆς ὑπαρχούσης καὶ ἐν τῇ εἰσαγωγῇ ἀναφερομένης σχετικῆς βιβλιογραφίας δέν δίδονται κατωτέρω οὐδέ αἱ βασικαὶ ἔννοιαι τῆς θεωρίας τῆς Ἐλαστικότητος.

Τέλος θὰ ἤθελα νὰ ἐκφράσω τὰς εὐχαριστίας μου πέραν τοῦ Ἀκαδημαϊκοῦ κ.Π.Θεοχάρη καὶ τοῦ Καθηγητοῦ κ.Σ.Παϊπέτη καὶ πρὸς ὅλον τὸ προσωπικόν τοῦ Ἐργαστηρίου Ἀντοχῆς Ὑλικῶν διὰ τὴν συνδρομὴν καὶ συμπαραστάσιν των κατὰ τὴν ἐκπόνησιν τῆς παρούσης ἐργασίας, ἰδιαιτέρως δέ τὴν Κα.Χατζηϊωσήφ, ὑπὸ τὴν καθοδήγησιν τῆς ὁποίας εἰργάσθην, προσέτι δέ πρὸς τὸ προσωπικόν τῆς Βιβλιοθήκης τοῦ Ε.Μ.Π.ὡς ἐπίσης καὶ τῶν Βιβλιοθηκῶν τοῦ Ἐθνικοῦ Ἰδρύματος Ἐρευνητῶν, τοῦ Ἰδρύματος Εὐγενίδου καὶ τοῦ Βρετανικοῦ Συμβουλίου διὰ τὴν παρασχεθεῖσαν εἰς ἐμέ βοήθειαν εἰς τὸ ἐπίπονον ἔργον τῆς ἀνευρέσεως τῆς βιβλιογραφίας ὡς καὶ εἰς τὴν Δίδα Μ.Καράογλου διὰ τὴν δακτυλογράφησιν τοῦ κειμένου.

Ν. Ἰωακειμίδης

Ἐργαστήριον Ἀντοχῆς Ὑλικῶν  
Ἐθνικοῦ Μετσοβίου Πολυτεχνείου  
Ἀθῆναι, 12 Μαΐου 1973

## Περιεχόμενα

|  |     |
|--|-----|
| Πρόλογος   | i   |
| Περιεχόμενα  | iv  |
| 1. Είσαγωγή  | 1   |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄. ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΥΡΕΣΕΩΣ ΤΗΣ ΙΔΙΑΖΟΥΣΗΣ ΕΝΤΑΤΙΚΗΣ<br>ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΠΛΗΣΙΟΝ ΑΝΩΜΑΛΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ                    |     |
| 2. Γενικαί παρατηρήσεις  | 5   |
| 3. Αί βασικαί σχέσεις.   | 9   |
| 4. Παρατηρήσεις διά πραγματικόν $\lambda$  | 21  |
| 5. Σφήν ἐξ ἰσοτρόπου ὑλικοῦ  | 24  |
| 6. Σφήν ἐξ ἀνισοτρόπου ὑλικοῦ  | 27  |
| 7. Σφήν ἐκ δύο ἰσοτρόπων μέσων   | 35  |
| 8. Σφήν ἐκ δύο ἀνισοτρόπων μέσων ἢ ἐξ ἑνός ἰσοτρόπου<br>καί ἑνός ἀνισοτρόπου μέσου                                 | 42  |
| ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄. ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΑΠΛΗΣ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΡΩΓΜΗΣ<br>ΕΝΤΟΣ ΑΠΕΙΡΟΥ ΜΕΣΟΥ ΕΙΣ ΕΠΙΠΕΔΟΝ ΕΝΤΑΤΙΚΗΝ<br>ΚΑΤΑΣΤΑΣΙΝ |     |
| 9. Ἡ ρωγμή ἐντός ἰσοτρόπου μέσου   | 43  |
| 10. Τό πρόβλημα RIEMANN διά πολλάς ἀγνώστους συναρτήσεις<br>μέ σταθερούς συντελεστάς ἐπί ρωγμῆς                    | 51  |
| 11. Ἡ ρωγμή ἐντός ἀνισοτρόπου μέσου  | 59  |
| 12. Ἡ ρωγμή μεταξύ δύο ἰσοτρόπων μέσων   | 76  |
| 13. Ἡ ρωγμή μεταξύ δύο ἀνισοτρόπων μέσων   | 91  |
| 14. Ἡ ρωγμή μεταξύ ἑνός ἰσοτρόπου καί ἑνός ἀνισοτρόπου<br>μέσου  | 101 |
| 15. Συμπεράσματα   | 111 |
| ΠΑΡΑΠΟΜΠΑΙ   | 113 |
| ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΕΡΙΟΔΙΚΩΝ ΕΠΙ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ   | 118 |

## 1. Είσαγωγή.

Ἡ θεωρία τῆς Ἐλαστικότητος, μέ θέματα τῆς ὁποίας ἀσχολούμεθα εἰς τὴν παροῦσαν ἐργασίαν, ἔχει ἱστορίαν ἐνός περιπου αἰῶνος, ἀλλ' ἡ ἔντονος ἀνάπτυξις τῆς ἔλαβε χώραν κυρίως κατὰ τὰ τελευταῖα τριάκοντα ἔτη. Ἐνταῦθα μελετῶνται προβλήματα ἐπιπέδου ἐντατικῆς καταστάσεως, τόσον εἰς δοκίμια ἀπειροῦ πάχους, ὅτε λέγομεν ὅτι ἔχομεν κατάστασιν ἐπιπέδου παραμορφώσεως, ὅσον καὶ εἰς δοκίμια ἀπειροστοῦ πάχους, ὅτε λέγομεν ὅτι ἔχομεν κατάστασιν ἐπιπέδου ἐντάσεως. Ἡ διαπραγματεύσεις ἀμφοτέρων τῶν προβλημάτων τούτων εἶναι ἐνιαία, διαφέρουν δέ μόνον ὠρισμένα ἐκ τῶν ὑπηρεροχόμενων εἰς τοὺς τύπους μεγεθῶν.

Διακρίνομεν ἐπίσης τὰ μελετώμενα προβλήματα εἰς τρία εἶδη ἀναλόγως τῶν ὀριακῶν συνθηκῶν: Τὸ πρῶτον θεμελιῶδες πρόβλημα, ὅπου δίδονται αἱ ἐπιβαλλόμεναι τάσεις ἐπὶ τοῦ ὀρίου τοῦ δοκιμίου, τὸ δεῦτερον θεμελιῶδες πρόβλημα, ὅπου δίδονται αἱ ἐπιβαλλόμεναι μετατοπίσεις ἐπὶ τοῦ ὀρίου τοῦ δοκιμίου καὶ τὸ μικτόν θεμελιῶδες πρόβλημα, ὅπου δίδονται αἱ ἐπιβαλλόμεναι τάσεις ἐπὶ τμήματος τοῦ ὀρίου τοῦ δοκιμίου καὶ αἱ ἐπιβαλλόμεναι μετατοπίσεις ἐπὶ τοῦ ὑπολοίπου τμήματος τοῦ ὀρίου τοῦ δοκιμίου. Τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν τοῦ μικτοῦ θεμελιώδους προβλήματος, ὅπου ἐπὶ τῆς μιᾶς πλευρᾶς ρωγμῆς ἢ σπηνῶς δίδονται αἱ ἐπιβαλλόμεναι τάσεις, ἐπὶ δέ τῆς ἐτέρας αἱ ἐπιβαλλόμεναι μετατοπίσεις θά καλῶμεν κατωτέρω πρὸς διευκόλυνσιν τρίτον θεμελιῶδες πρόβλημα. Ἡ διαπραγματεύσεις τοῦ μικτοῦ θεμελιώδους προβλήματος εἰς τὴν πλήρη αὐτοῦ μορφήν διὰ ρωγμᾶς ὀδηγεῖ εἰς ἀναλυτικὴν λύσιν μόνον διὰ τὴν περίπτωσιν ρωγμῆς ἐντός ἀπειροῦ ἰσοτρόπου μέσου, διὰ τοῦτο καὶ δέν θά ἀσχοληθῶμεν μέ τὸ πρόβλημα τοῦτο κατωτέρω, παρά μόνον μέ τὰ ἀναφερθέντα προη-

γουμένως πρῶτον, δεύτερον καὶ τρίτον θεμελιῶδες πρόβλημα.

Ἐπίσης εἰς μὲν τὰ προβλήματα ρωγμῶν θά εὕρωμεν τὰς πλήρεις λύσεις αὐτῶν ἄνευ οὐδεμιᾶς προσεγγίσεως, ἐνῶ εἰς τὰ προβλήματα σφηνῶν θά εὕρωμεν μόνον τὰς ἀσυμπτωτικὰς ἐκφράσεις τῶν ἀκριβῶν λύσεων παρά τὰς κορυφὰς τῶν σφηνῶν, ἔνθα συνήθως ὑπάρχει συγκέντρωσις τάσεων καὶ παραμορφώσεων ὡς καὶ εἰς τὰ ἄκρα τῶν ρωγμῶν βεβαίως συμβαίνει.

Τὰ ἐξεταζόμενα προβλήματα λύονται διὰ τῶν μεθόδων τῶν μιγαδικῶν συναρτήσεων, διὰ δέ τὴν περίπτωσιν ρωγμῶν ἀνάγονται εἰς προβλήματα RIEMANN ἐπὶ τῶν ρωγμῶν, ἀφοροῦν δέ εἰς δοκίμια ἐξ ἰσοτρόπων καὶ ἀνισοτρόπων μέσων, ὁμογενῶν ἐξ ἑνὸς μέσου καὶ ἀνομοιογενῶν ἐκ περισσοτέρων μέσων. Αἱ τάσεις  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  καὶ  $\tau_{xy}$  ὡς καὶ αἱ μετατοπίσεις  $u$  καὶ  $v$  εὕρισκονται συναρτήσῃ τῶν μιγαδικῶν δυναμικῶν  $\Phi(Z)$  καὶ  $\Omega(Z)$  διὰ τὰ ἰσότροπα μέσα καὶ  $\Phi(Z_1)$  καὶ  $\Psi(Z_2)$  διὰ τὰ ἀνισότροπα μέσα.

Ὄφειλομεν ἐπίσης νὰ σημειώσωμεν ὅτι αἱ παράγωγοι  $\frac{\partial u}{\partial x}$  καὶ  $\frac{\partial v}{\partial x}$  τῶν μετατοπίσεων ὡς πρὸς τὴν τετμημένην  $x$  καλοῦνται κατωτέρω παραμορφώσεις, καίτοι κανονικῶς μόνον ἢ πρώτη δύναται νὰ κληθῆ παραμόρφωσις, ἐπίσης δέ ὅτι οἱ τύποι ἐκάστης παραγράφου ἔχουν ἰδιαιτέραν ἀρίθμησιν, παραπομπή δέ ἐκ μιᾶς παραγράφου εἰς τύπον ἑτέρας παραγράφου γίνεται διὰ προτάξεως τοῦ ἀριθμοῦ τῆς τελευταίας εἰς τὸν διδόμενον ἀριθμὸν τοῦ τύπου.

Πέραν τῶν παραπομπῶν τῶν διδομένων εἰς ἐκάστην παράγραφον διὰ τὰ ἐπὶ μέρους ἐξεταζόμενα θέματα πρέπει ἐπίσης νὰ ἀναφέρωμεν ὅτι εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῆς θεωρίας τῆς Ἐλαστικότητος διὰ τὰ ἰσότροπα μέσα μεγάλως συνέβαλον διὰ σειρᾶς ἐργασιῶν των οἱ: AIRY, FILON, LAURICELLA, KOLOSOV, MUSKHELISHVILI (ἰδ.π.χ.30), SHERMAN, WESTERGUAARD (ἰδ.π.χ.45), MIKHLIN, STEV-  
./.



ENSON, MILNE-THOMSON (ίδ.π.χ.29), GREEN και ZERNA(ίδ.π.χ.23), SNEDDON (ίδ.π.χ.40-41), SAVIN, KOITER, ENGLAND(ίδ.π.χ.13-16), SIH (ίδ.π.χ.36-39) ως και ὁ Ἀκαδημαϊκός και Καθηγητής τοῦ Ε.Μ.Π. κ.Π.Θεοχάρης, ὅστις και ἐφήρμοσε πρῶτος τήν μέθοδον τῶν ἰσοστατικῶν (ίδ.π.χ.42) <sup>διὰ τήν</sup> θεωρητικὴν ἐπίλυσιν προβλημάτων Ἐλαστικότητας και τήν μέθοδον τῶν καυστικῶν (ίδ.π.χ.43-44) διὰ τήν πειραματικὴν μελέτην και σύγκρισιν μέ τὰ ἀποτελέσματα τῆς θεωρίας τῆς Ἐλαστικότητας προβλημάτων μέ συγκεντρώσεις τάσεων.

Περαιτέρω εἰς τήν ἀνάπτυξιν τῆς θεωρίας τῆς Ἐλαστικότητας διὰ τὰ ἀνισότροπα μέσα ὀφείλομεν νά σημειώσωμεν τήν συμβολήν τῶν: LEXHNITSKII, MILNE-THOMSON (ίδ.π.χ.29), GREEN και ZERNA (ίδ.π.χ.23), STROH και τοῦ Καθηγητοῦ τοῦ Ε.Μ.Π.κ. Ν.ΓΑΛΙΑΚΗ, ὅστις ἐμελέτησε τό πρόβλημα τῆς ρωγμῆς εἰς τόν ἀνισότροπον δίσκον (ίδ.π.χ.21).

Τέλος εἰς τήν μελέτην τοῦ προβλήματος ὀριακῶν συνθηκῶν τύπου RIEMANN, τό ὅποϊον πολλάκις φέρεται εἰς τήν βιβλιογραφίαν και ὡς πρόβλημα HILBERT ἢ πρόβλημα RIEMANN-HILBERT ἢ πρόβλημα τῆς γραμμικῆς συσχετίσεως, συνέβαλον διὰ τῶν ἐργασιῶν των οἱ: RIEMANN, HILBERT, PLEMELJ, MUSKHELISHVILI(ίδ.π.χ.30), VEKUA, GAKHOV, BIRKHOFF, GARNIER και ἄλλοι.

Σημειοῦμεν δέ ὅτι ἡ λύσις τοῦ προβλήματος ὀριακῶν συνθηκῶν RIEMANN ἐπὶ ρωγμῆς L εἰς τό διάστημα:  $|x| < a$ :

$$\Phi(z^+) - G\Phi^-(z) = g(z), \quad (1)$$

ἔνθα  $z$  τὰ σημεῖα τῆς ρωγμῆς, G σταθερά,  $g(z)$  συναρτήσεις δεδομένη ἐπὶ τῆς ρωγμῆς και  $\Phi^+(z)$  και  $\Phi^-(z)$  αἱ ὀριακαί τιμαί ἐπὶ τῆς ἄνω και ἐπὶ τῆς κάτω πλευρᾶς τῆς ρωγμῆς συναρτήσεως  $\Phi(z)$  ἀναλυτικῆς ἐφ' ὅλου τοῦ ἐπιπέδου πλὴν τῆς ρωγμῆς και

τεινούσης πρὸς σταθεράν μὴ μηδενικὴν τιμὴν εἰς τὸ ἄπειρον δίδεται ἐκ τοῦ τύπου:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\pi i X(z)} \int_L \frac{X(t) g(t)}{t-z} dt + \frac{C_0 z + C_1}{X(z)}, \quad (2)$$

ἔνθα διὰ τοῦ συμβολισμοῦ  $X(t)$  νοοῦμεν τὴν ὀριακὴν τιμὴν ἐπι τῆς ἄνω πλευρᾶς τῆς ρωγμῆς  $X^+(t)$  τῆς ἀναλυτικῆς ἐφ' ὅλου τοῦ ἐπιπέδου πλὴν τῆς ρωγμῆς συναρτήσεως:

$$X(z) = (z-a)^\gamma \cdot (z+a)^{1-\gamma}, \quad (3)$$

ἔνθα ἡ σταθερά  $\gamma$  δίδεται ἐκ τοῦ τύπου:

$$\gamma = \frac{\ln G}{2\pi i}. \quad (4)$$

Κατωτέρω μελετῶνται εἰς τὸ Κεφάλαιον Α' προβλήματα συγκεντρώσεως τάσεων παρὰ τὰς κορυφὰς σφηνῶν, εἰς δὲ τὸ Κεφάλαιον Β' προβλήματα εὐρέσεως τῆς ἐντατικῆς καταστάσεως εἰς ἄπειρα δοκίμια μετὰ ρωγμῆς, ἀκολουθεῖ δὲ ἡ σχετικὴ βιβλιογραφία.

Ἀσφαλῶς εἰς τὴν ὅλην ἀνάπτυξιν θὰ ἔχουν ὑπεισέλθῃ ἀρκετὰ λάθη, μέρος τῶν ὁποίων ὀφείλεται βεβαίως εἰς τὸ περιορισμένον τοῦ χρόνου ἐκπονήσεως τῆς παρούσης ἐργασίας. Ζητοῦμεν διὰ ταῦτα συγγνώμην παρὰ τοῦ ἀναγνώστου καὶ εὐχαρίστως θὰ ἐδεχόμεθα τὴν ὑπόδειξιν των, ἰδιαιτέρως δὲ τῶν εἰς ἐσφαλμένους συλλογισμοὺς ὀφειλομένων.